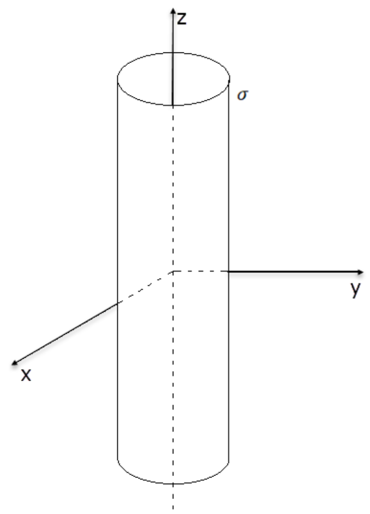
CILINDRO INFINITO CON CARGA SUPERFICIAL UNIFORME

CAMPO Y DIFERENCIA DE POTENCIAL ENTRE DOS PUNTOS GENÉRICOS A Y B

Para el cilindro de la figura cargado con σ uniforme positivo calcular el campo eléctrico para todo el espacio y la diferencia de potencial entre dos puntos genéricos A y B.

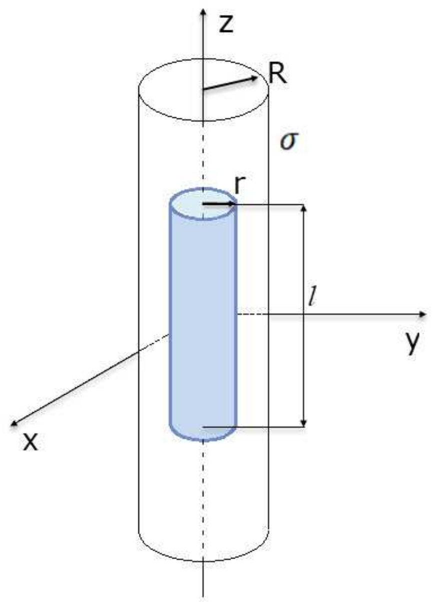


Ya vimos en detalle del cálculo del campo eléctrico para un cilindro cargado uniformemente en superficie. Hacemos la construcción geométrica y llegamos a que: $\overline{E}\,(r,\varphi,z) = E_r(r)\,\hat{r}$

Usamos Gauss:

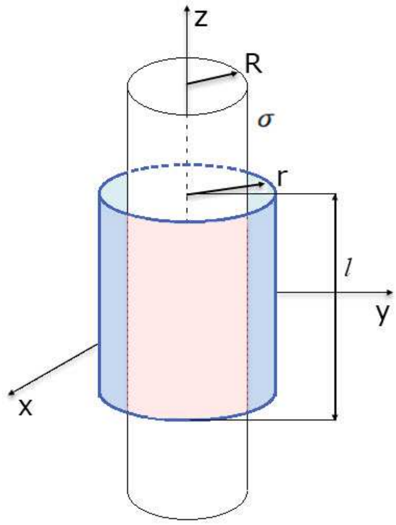
Para r < R la superficie gaussiana no encierra carga, entonces:

$$\oiint \overline{E}.\overline{dS} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$$



Como $Q_{enc} = 0 \rightarrow \overline{E} = 0$

Para r > R:

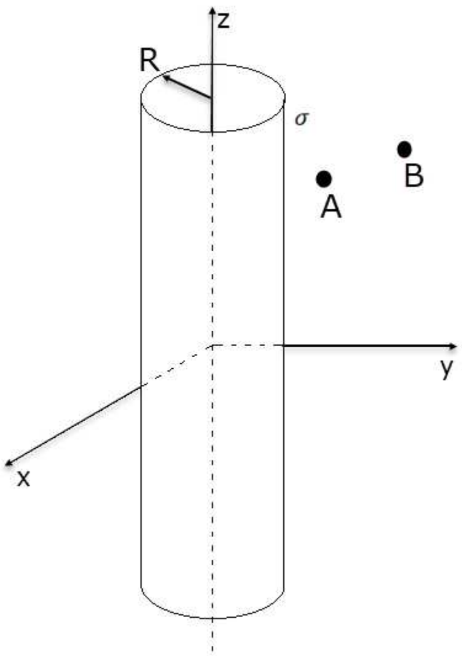


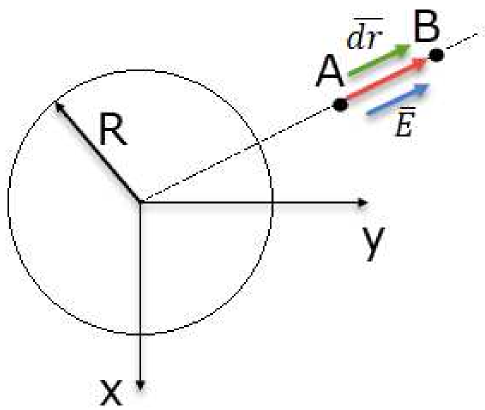
$$Q_{enc} = \sigma\left(\int_0^{2\pi} R\, d\varphi \int_{\frac{-l}{2}}^{\frac{l}{2}} dz\right) = \sigma\, 2\, \pi\, R\, l$$

$$\bar{E} = \frac{\sigma\, R}{\varepsilon_0\, r}\, \hat{r}$$

Entonces: $\bar{E}(r) = \begin{cases} 0 & si\ r < R \\ \frac{\sigma\, R}{\varepsilon_0\, r}\, \hat{r} & si\ r > R \end{cases}$

Diferencia de potencial entre dos puntos genéricos A y B:

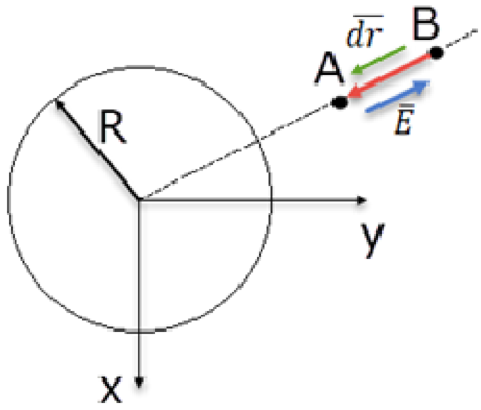




Elijo ir de A a B por un camino radial:

$$\Delta V = V_{final} - V_{inicial} = V_B - V_A = -\int_{r_A}^{r_B} \bar{E}\,\overline{dr} = -\int_{r_A}^{r_B} \frac{\sigma R}{\varepsilon_0\, r}\, dr = -\frac{\sigma R}{\varepsilon_0}\, ln\left(\frac{r_B}{r_A}\right)\ es < 0$$

¿Qué pasa si en vez de ir de B a A voy al revés?

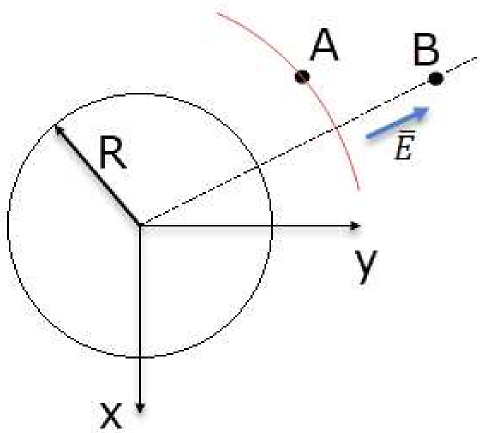


$$\Delta V = V_{final} - V_{inicial} = V_A - V_B = -\int_{r_B}^{r_A} \bar{E}\,\overline{dr} = -\int_{r_B}^{r_A} \frac{\sigma R}{\varepsilon_0\, r}\, dr = -\frac{\sigma R}{\varepsilon_0}\, ln\left(\frac{r_A}{r_B}\right)\ es > 0$$

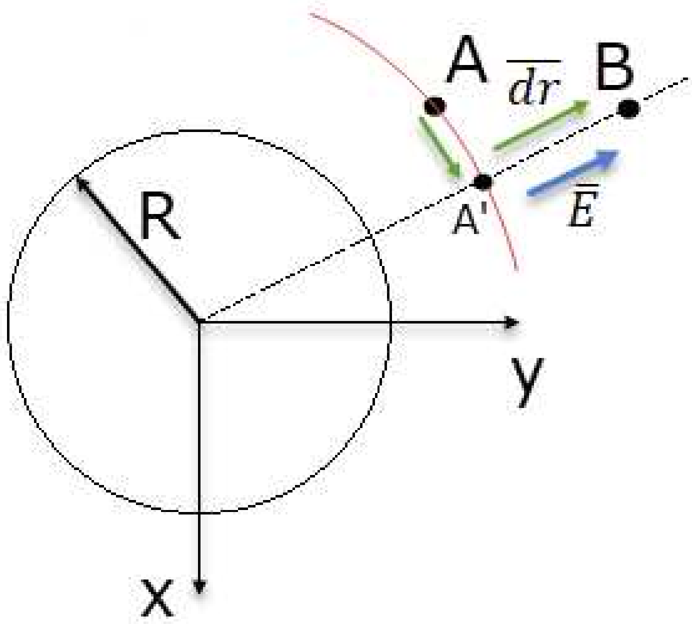
Análisis del signo de la diferencia de potencial:

- Cuando voy a de A a B el ΔV da negativo. O sea $V_A > V_B$. El trabajo de la fuerza externa es negativo.
- Cuando voy de B a A el ΔV da positivo. De nuevo $V_A > V_B$. El trabajo de la fuerza externa es positivo.

¿Qué pasa si A y B están así?

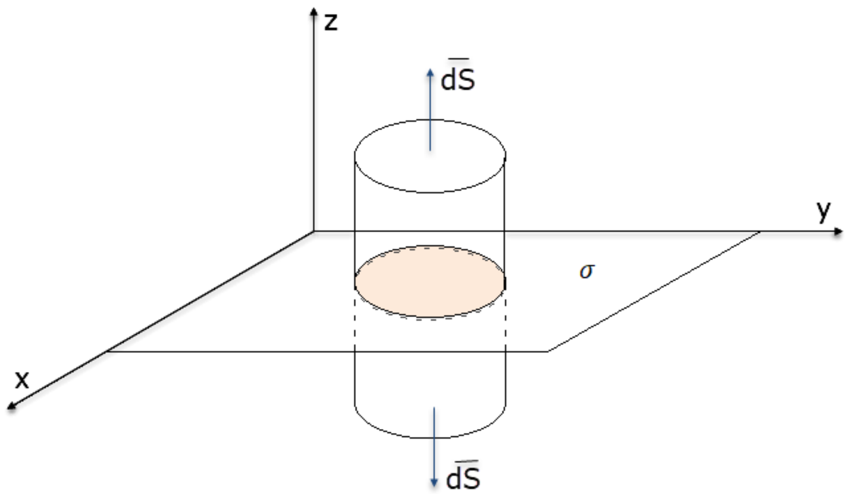


Yo puedo elegir el camino:



PLANO INFINITO CON CARGA SUPERFICIAL UNIFORME

CAMPO Y DIFERENCIA DE POTENCIAL ENTRE DOS PUNTOS GENÉRICOS A Y B



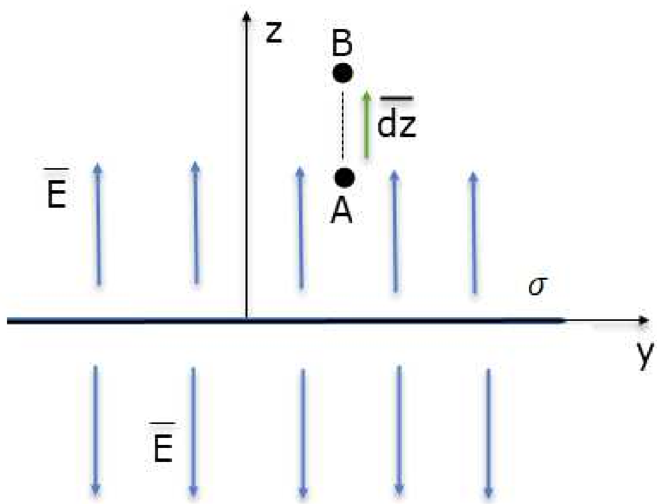
$$2\,E\,S = 2\,E\,\pi\,r^2 = \frac{Q_{encerrada}}{\varepsilon_0}$$

$$Q_{encerrada} = \int_0^{2\pi}\int_0^{r} \sigma\, r\, dr\, d\varphi = \sigma\,\pi\,r^2$$

$$2\,E\,\pi\,r^2 = \frac{\sigma\,\pi\,r^2}{\varepsilon_0}$$

$$\bar{E} = \begin{cases} \dfrac{\sigma}{2\,\varepsilon_0} & si\ z > 0 \\ -\dfrac{\sigma}{2\,\varepsilon_0} & si\ z < 0 \end{cases}$$

Potencial entre A y B:



Desde A a B:

$$\Delta V = V_{final} - V_{inicial} = V_B - V_A = -\int_{Z_A}^{Z_B} \bar{E}\,\overline{dr} = -\int_{Z_A}^{Z_B} \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\,dZ = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\,(Z_B - Z_A)\ es < 0$$

Desde B a A:

$$\Delta V = V_{final} - V_{inicial} = V_A - V_B = -\int_{Z_B}^{Z_A} \bar{E}\,\overline{dr} = -\int_{Z_B}^{Z_A} \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\,dr = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\,(Z_A - Z_B)\ es > 0$$

Análisis del signo de la diferencia de potencial:

- Cuando voy a de A a B el ΔV da negativo. O sea $V_A > V_B$. El trabajo de la fuerza externa es negativo.
- Cuando voy de B a A el ΔV da positivo. De nuevo $V_A > V_B$. El trabajo de la fuerza externa es positivo.